

UJI STATISTIK NON PARAMETRIK

Widha Kusumaningdyah,, ST., MT

UJI KERANDOMAN (RANDOMNESS TEST / RUN TEST)

Uji KERANDOMAN

- ✓ Untuk menguji apakah data sampel yang diambil merupakan data yang acak / random

Prosedur Uji

1. H_0 : urutan data merupakan urutan yang random / acak
 H_1 : urutan data bukan merupakan urutan yang random / acak
2. Tingkat signifikansi : α
3. Perhitungan statistik uji
 - ✓ Tentukan nilai median data
 - ✓ Untuk data yang $>$ median, beri tanda +
Untuk data yang $<$ median, beri tanda –
Untuk data yang $=$ median, beri tanda 0
 - ✓ Setelah data dinyatakan dalam tanda + dan -, tentukan banyaknya run dalam urutan data tersebut (urutan data tidak boleh diubah)
 - ✓ Run = banyaknya urutan data dengan tanda yang identik yang diikuti dan didahului oleh tanda yang berbeda atau tanpa tanda

Uji KERANDOMAN

✓ Misal :

- + + = 2 run

- + - - = 3 run

- - + - + - = 5 run

✓ n_1 = banyaknya data yang bertanda tertentu misalnya +
 n_2 = banyaknya data yang bertanda lainnya, misalnya -
 r = banyaknya run dalam urutan

4. Daerah kritis

a. Untuk n_1 dan $n_2 \leq 20$

 bila $r_a \leq r \leq r_b \rightarrow H_0$ diterima

 bila $r < r_a$ atau $r > r_b \rightarrow H_0$ ditolak

b. Untuk n_1 atau $n_2 > 20$

$r \sim$ berdistribusi normal dengan rata-rata μ_r dan standard deviasi σ_r dengan

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \qquad \sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}$$

Uji KERANDOMAN

$$Z_{hitung} = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r}$$

Bila $-Z_{\alpha/2} \leq Z_{hitung} \leq Z_{\alpha/2}$ maka H_0 diterima

Bila $Z_{hitung} < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$ maka H_0 ditolak

UJI KOLMOGOROV - SMIRNOV 1 SAMPEL (SAMPEL TUNGGAL)

UJI KOLMOGOROV

- ✓ Merupakan uji goodness of fit antara frekuensi pengamatan dan frekuensi harapan
- ✓ Dibanding dengan uji goodness of fit dengan menggunakan X^2 test
 - Uji kolmogorov – smirnov lebih efisien untuk sampel berukuran kecil
 - Uji kolmogorov – smirnov hanya bisa digunakan untuk variabel random kontinu sedang X^2 test bisa untuk kontinu maupun diskrit

Prosedur Uji

1. H_0 : variabel random x berdistribusi teoritis tertentu
 H_1 : tidak
2. Tingkat signifikansi : α
3. Perhitungan statistik uji
 - ✓ Data pengamatan disusun dan diurutkan dari nilai data terkecil sampai terbesar
 - ✓ Menentukan distribusi frekuensi masing-masing nilai data
 - ✓ Hitung distribusi frekuensi relatif kumulatif, notasikan dengan $F_a(x)$
 - ✓ Hitung distribusi frekuensi teoritis (ekspektasi), notasikan dengan $F_e(x)$

Uji Kolmogorov

3. Statistik Uji

$D = \text{Maksimum } |F_a(x) - F_e(x)| \sim \text{berdistribusi } D_{\alpha; n}$

nilai $D_{\alpha; n} \rightarrow$ dilihat pada tabel nilai uji kolmogorov – smirnov untuk sampel tunggal

4. Daerah kritis

$D > D_{\alpha; n}$ H_0 ditolak

Latihan 1

Diberikan hasil pengumpulan data sebagai berikut :

31, 36, 43, 51, 44, 12, 26, 43, 75, 2, 3, 15, 18, 78, 24, 13, 27, 86, 61, 13, 7, 6, 8, 15

Ujilah dengan $\alpha = 0,05$ apakah data tersebut mempunyai urutan yang random

SOLUSI Latihan 1

Penyelesaian

1. H_0 : urutan data merupakan urutan yang random / acak
 H_1 : urutan data bukan merupakan urutan yang random / acak
2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$
3. Perhitungan statistik uji

- ✓ Menentukan nilai median data

Data diurutkan dari kecil ke besar

2	3	6	7	8	12	13	13	15	15	18	24	26	27
31	36	43	43	44	51	61	75	78	86				

$$\text{median} = (24+26)/2 = 25$$

- ✓ Untuk data yang $>$ median, beri tanda +
Untuk data yang $<$ median, beri tanda –
Untuk data yang $=$ median, beri tanda 0

Lanjutan..

31	36	43	51	44	12	26	43	75	2	3	15	18	78
+	+	+	+	+	-	+	+	+	-	-	-	-	+
24	13	27	86	61	13	7	6	8	15				
-	-	+	+	+	-	-	-	-	-				

✓ $n_1 = 12$

$n_2 = 12$

$r = 8$

4. Daerah kritis

karena $r_a = 7 \leq r = 8 \leq r_b = 19 \rightarrow H_0$ diterima

Berarti data di atas mempunyai urutan yang acak / random

Latihan 2

Data berikut merupakan urutan hasil proses produksi dari mesin tertentu disebuah pabrik. Dimana notasi D menunjukkan produk cacat (defect) dan N menunjukkan hasil baik (non defect)

NNNNNNDDDDNNDDNNNNNNNNNNDDNNNNDDDDNNNNNNND

Ujilah dengan $\alpha = 0,05$ apakah urutan data tersebut mempunyai urutan yang random

SOLUSI Latihan 2

Penyelesaian

1. H_0 : urutan data merupakan urutan yang random / acak
 H_1 : urutan data bukan merupakan urutan yang random / acak
2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$
3. Perhitungan statistik uji

✓ Untuk data D $\rightarrow +$

✓ Untuk data N $\rightarrow -$

----- + + + + - - + + ----- + + ----- + + + ----- +

$$n_1 = 12$$

$$n_2 = 28 > 20$$

$$r = 10$$

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 = \frac{2(12)(28)}{12 + 28} + 1 = 17,8$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{2(12)(28)(2(12)(28) - 12 - 28)}{(12 + 28)^2(12 + 28 - 1)}}$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2(12)(28)(2(12)(28) - 40)}{(40)^2(39)}} = \sqrt{6,81} = 2,6$$

$$Z_{hitung} = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} = \frac{10 - 17,8}{2,6} = -3$$

4. Daerah kritis

Karena $Z_{hitung} = -3 < -Z_{0,025} = -1,96 \rightarrow H_0$ ditolak
Berarti data diatas mempunyai urutan yang tidak acak / random

Latihan 3

Ujilah dengan $\alpha = 0,05$ apakah data berikut berdistribusi normal dengan rata-rata $\mu = 3$ dan standard deviasi $\sigma = 1$

2,1 1,9 3,2 2,8 1,0 5,1 0,9 4,2 3,9 3,6 2,7

$$Fe(x) = P(Z \leq Z_0) = P\left(Z \leq \frac{x-3}{1}\right) = P(Z \leq (x-3))$$

SOLUSI Latihan 3

Penyelesaian

1. H_0 : variabel random x berdistribusi normal $N(3; 1)$
 H_1 : tidak
2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$
3. Perhitungan statistik uji
 - ✓ Fungsi densitas kumulatif dari variabel random yang berdistribusi normal $N(3; 1)$
 - ✓ Data pengamatan disusun dan diurutkan dari nilai data terkecil sampai terbesar
 - ✓ Menentukan distribusi frekuensi masing-masing nilai data

x	Frekuensi	Frekuensi relatif	Frekuensi Relatif Kumulatif $F_a(x)$	$Z_0 = x-3$	Frekuensi Teoritis $F_e(x)$	$ f_a(x) - f_e(x) $
0,9	1	0,0909	0,0909	-2,1	0,0179	0,0730
1	1	0,0909	0,1818	-2	0,0228	0,1590
1,9	1	0,0909	0,2727	-1,1	0,1357	0,1370
2,1	1	0,0909	0,3636	-0,9	0,1841	0,1795
2,7	1	0,0909	0,4545	-0,3	0,3821	0,0724
2,8	1	0,0909	0,5455	-0,2	0,4207	0,1248
3,2	1	0,0909	0,6364	0,2	0,5793	0,0571
3,6	1	0,0909	0,7273	0,6	0,7257	0,0016
3,9	1	0,0909	0,8182	0,9	0,8159	0,0023
4,2	1	0,0909	0,9091	1,2	0,8849	0,0242
5,1	1	0,0909	1	2,1	0,9821	0,0178
Jumlah	11	1				

Statistik Uji

$D = \text{Maksimum } |F_a(x) - F_e(x)| = 0,1795$

Daerah kritis bila $D > D_{0,05; 11} = 0,392$ H_0 ditolak

karena $D = 0,1795 < D_{0,05; 10} = 0,391$ maka H_0 diterima \rightarrow berarti data diatas berdistribusi normal $N(3; 1)$

Latihan 4

Ujilah dengan $\alpha = 0,05$ apakah data berikut berdistribusi uniform dengan $a=0$ dan $b=30$ atau $U(0; 30)$

4,8 10,3 28,2 23,1 4,4 28,7 19,5 2,4 24,0 10,3

SOLUSI Latihan 4

Penyelesaian

1. H_0 : variabel random x berdistribusi uniform $U(0; 30)$

H_1 : tidak

2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$

3. Perhitungan statistik uji

✓ Fungsi densitas kumulatif dari variabel random yang berdistribusi $U(0;30)$

$$F_e(x) \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ x/(30-0) & ; 0 < x < 30 \\ 1 & ; x \geq 30 \end{cases}$$

Data pengamatan disusun dan diurutkan dari nilai data terkecil sampai terbesar

Tentukan distribusi frekuensi masing-masing nilai data

x	Frekuensi	Frekuensi relatif	Frekuensi Relatif Kumulatif $F_a(x)$	Frekuensi Teoritis $F_e(x)$	$ F_a(x) - F_e(x) $
2,4	1	0,1	0,1	0,08	0,02
4,4	1	0,1	0,2	0,15	0,05
4,8	1	0,1	0,3	0,16	0,14
10,3	2	0,2	0,5	0,34	0,16
19,5	1	0,1	0,6	0,65	0,05
23,1	1	0,1	0,7	0,77	0,07
25	1	0,1	0,8	0,83	0,03
28,2	1	0,1	0,9	0,94	0,04
28,7	1	0,1	1	0,96	0,04
Jumlah	10	1			

Statistik Uji

$D = \text{Maksimum } |F_a(x) - F_e(x)| = 0,16$

nilai $D_{\alpha; n} \rightarrow$ dilihat pada tabel nilai uji kolmogorov – smirnov untuk sampel tunggal

Daerah kritis

$D > D_{0,05; 10} = 0,410$ H_0 ditolak

karena $D = 0,16 < D_{0,05; 10} = 0,410$ maka H_0 diterima \rightarrow berarti data diatas berdistribusi uniform $U(0;30)$