UJI STATISTIK NON PARAMETRIK

Widha Kusumaningdyah, ST., MT

SIGN TEST

Sign Test

- Digunakan untuk menguji hipotesa tentang MEDIAN dan DISTRIBUSI KONTINYU.

- Pengamatan dilakukan pada median dari sebuah distribusi dengan
  - probabilitas kemunculan sebuah variable random *x* ≥ median = 0.5 ; dan
  - probabilitas kemunculan sebuah variable random *x* ≤ median = 0.5

$$P(X \leq \tilde{\mu}) = P(X \geq \tilde{\mu}) = 0.5$$

- *Jika*:
  - Distribusi normal >> SIMETRIS >> Mean = Median
  - *Thus,* SIGN TEST dapat digunakan untuk menguji hipotesis rata-rata dari distribusi normal.

- **Uji Hipotesis *:***
  H_0: $\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_0$

  >> H_0 diterima jika :
  jumlah tanda (+) = jumlah tanda (-)
  >> H_0 ditolak jika :
  jumlah salah satu tanda lebih sering muncul daripada tanda yang lain.

- **Uji statistik :**
  >> Menggunakan distribusi Binomial dengan *p* = 0.5
  >> Random variable x, menunjukkan TANDA POSITIF dari random sample yang digunakan.

Langkah Pengujian (1)

1. Pengujian Hipotesis :

H_0: $\mu = \mu_0$,
H_1: $\mu < \mu_0$,

Tolak H_0 dan terima H_1, jika proporsi tanda (+) KURANG dari 0.5

2. Uji Statistik :

Dengan menggunakan distribusi BINOMIAL KUMULATIF dimana

P = P(X ≤ x dengan p = 1/2)

3. Daerah kritis:

Bandingkan P-value dengan level signifikansi α

Tolak Ho jika P-value ≤ α

Langkah Pengujian (2)

1. Pengujian Hipotesis :

H_0: $\mu = \mu_0,$
H_1: $\mu > \mu_0,$

Tolak Ho dan terima H_1, jika proporsi tanda (+) LEBIH dari 0.5

2. Uji Statistik :

Dengan menggunakan distribusi BINOMIAL KUMULATIF dimana

P = P(X ≥ x dengan p = 1/2)

.

3. Daerah kritis :

Bandingkan P-value dengan level signifikansi α

Tolak Ho jika P-value < α

Langkah Pengujian (3)

1. Pengujian Hipotesis :

H0: $\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_0$,
H1: $\tilde{\mu} \neq \tilde{\mu}_0$,

Tolak Ho dan terima H1, jika proporsi tanda (+) KURANG atau LEBIH dari 0.5

2. Uji Statistik :

Dengan menggunakan distribusi BINOMIAL KUMULATIF dimana

$P = 2P(X \leq x$ dengan $p = 1/2)$ atau
$P = 2P(X \geq x$ dengan $p = 1/2)$

3. Daerah kritis :

Tolak Ho jika :

$x < n/2$ dan **P-value $\leq \alpha$, untuk $P = 2P(X \leq x$ dengan $p = 1/2)$ atau**
$x > n/2$ dan **P-value $> \alpha$, untuk $P = 2P(X \geq x$ dengan $p = 1/2)$**

LANGKAH PENGUJIAN DENGAN PENDEKATAN KURVA NORMAL

Untuk $n > 10$, probabilitas binomial dengan $p = 1/2$ dapat didekati menggunakan kurva normal, dimana $np = nq > 5$.

1. Penetapan Hipotesis

H0: $\mu = \mu 0$,	H0: $\mu = \mu 0$,	H0: $\mu = \mu 0$,
H1: $\mu < \mu 0$,	H1: $\mu > \mu 0$,	H1: $\mu \neq \mu 0$,

2. Menetapkan level signifikansi α

3. Uji Statistik (dengan pendekatan kurva normal)

Hitung :

- $\mu = np$
- $\sigma = \sqrt{npq}$
- $z = [(x+0.5) - (np)] / \sigma$

4. Daerah kritis :

Tolak Ho jika :

$P = P(X \leq x) \approx P(Z < z)$	-- untuk	H1: $\mu < \mu 0$
$P = P(X \geq x) \approx P(Z > z)$	-- untuk	H1: $\mu > \mu 0$
$P = P(X \leq x) \approx P(Z < z)$ atau $P = P(X \geq x) \approx P(Z > z)$	-- untuk	H1: $\mu \neq \mu 0$

SIGN TEST UNTUK DUA SAMPEL BERPASANGAN

1. Penetapan Hipotesis

$H0: \mu 1 - \mu 2 = 0$,	$H0: \mu 1 - \mu 2 = 0$,	$H0: \mu 1 - \mu 2 = 0$,
$H1: \mu 1 - \mu 2 < 0$,	$H1: \mu 1 - \mu 2 > 0$,	$H1: \mu 1 - \mu 2 \neq 0$,

2. Menetapkan level signifikansi α

3. Uji Statistik (dengan pendekatan kurva normal)

Hitung :

- $\mu = np$
- $\sigma = \sqrt{npq}$ -- dimana $q = 1 - p$
- $z = [(x \pm 0.5) - (np)] / \sigma$ -- dimana x = selisih bertanda (+)
  $x < \mu$, maka $x + 0.5$
  $x > \mu$, maka $x - 0.5$

4. Daerah kritis :

Tolak Ho jika :

$P = P(X \leq x) \approx P(Z < z)$ -- untuk $H1: \mu 1 - \mu 2 < 0$

$P = P(X \geq x) \approx P(Z > z)$ -- untuk $H1: \mu 1 - \mu 2 > 0$

$P = P(X \leq x) \approx P(Z < z)$ atau $P = P(X \geq x) \approx P(Z > z)$ -- untuk $H1: \mu 1 - \mu 2 \neq 0$

WILCOXON SIGNED-RANK TEST

KONDISI

- Merupakan alternatif dari uji t dengan 2 sampel berpasangan (n1 = n2).
- Uji ini penyempurnaan dari Uji Tanda untuk menguji dua sampel berpasangan

PROSEDUR UJI

1. **Penetapan Hipotesa :**

H_0: $\mu_1 = \mu_2$,	H_0: $\mu_1 = \mu_2$,	H_0: $\mu_1 = \mu_2$,
H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$,	H_1: $\mu_1 < \mu_2$,	H_1: $\mu_1 > \mu_2$,

2. **Tetapkan level signifikansi : α**
3. **Uji Statistik :**
   - Hitung selisih tiap sampel terhadap nilai median/rata-rata.
   - Eliminasi selisih yang bernilai 0 (nol).
   - Urutkan ranking tanpa memperhatikan tanda (nilai absolut). Ranking 1 ditujukan untuk selisih terkecil (tanpa tanda), ranking 2 untuk nilai terkecil selanjutnya, dst.
   - Ketika terdapat selisih yang sama, maka ranking diberlakukan nilai ranking rata-rata.
   - Hitung :
     - w^{+} = total jumlah peringkat dari selisih positif
     - w^{+} = total jumlah peringkat dari selisih positif
     - w = jumlah terkecil antara [w^{+} ; w^{-}]

- Untuk $n \leq 50$;

  w ~ berdistribusi w_α (nilai w_α bisa dilihat pada Ranking Bertanda Wilcoxon)

- Untuk $n > 50$;

  w ~ berdistribusi normal dengan rata μ_w = $\sqrt{\dfrac{n(n+1)}{4}}$

  Dengan standar deviasi σ_w = $\sqrt{\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$

  Sehingga Z hitung = $\sqrt{\dfrac{W-\mu_w}{\sigma_w}}$

4. Daerah kritis

Untuk $n \leq 30$

a. Untuk $H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$ -- H_o ditolak jika $w \leq w_\alpha$

b.Untuk $H_1 = \mu_1 > \mu_2$ -- H_o ditolak jika $w^- \leq w_\alpha$

c. Untuk $H_1 = \mu_1 < \mu_2$ -- H_o ditolak jika $w^+ \leq w_\alpha$

4. Daerah kritis

Untuk n > 30

a. Untuk $H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} < -z_{\alpha/2}$

atau $Z_{hitung} > -z_{\alpha/2}$

b.Untuk $H_1 = \mu_1 > \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} > z$

c. Untuk $H_1 = \mu_1 < \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} < z$

UJI MANN-WHITNEY (UJI U)

KONDISI

- Merupakan alternatif dari uji-t ataupun uji-Z untuk dua sampel yang diambil dari populasi yang bebas (independen) dan tidak berdistribusi normal.

PROSEDUR UJI

1. Penetapan Hipotesa :

   H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$,

   H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 < \mu_2$,

   H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 > \mu_2$,

2. Tetapkan level signifikansi : α
3. Uji Statistik :
   - Ukuran sampel 1 : n_1
   - Ukuran sampel 2 : n_2
   - Gabungkan kedua sampel dan beri peringkat atau ranking dari data terkecil sampai terbesar.

     Jika ada peringkat/ranking yang sama, peringkatnya diambil rata-rata.
   - Hitung jumlah peringkat sampel 1 dan sampel 2, notasikan dengan R_1 dan R_2

– Hitung :

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1 \qquad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2 \qquad U = \min[U_1 : U_2]$$

– <u>Untuk n1 ; n2 <20 :</u>

U berdistribusi Un1;n2;α (niai Uα bisa dilihat pada tabel Mann-Whitney)

– <u>Untuk n1 ≥ 20 atau n2 ≥ 20:</u>

U berdistribusi normal, dengan

rata-rata : $$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2}$$

standar deviasi : $$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

sehingga : $$Z_{hitung} = \frac{w - \mu_U}{\sigma_U}$$

4. Daerah kritis :

Untuk n1 ; n2 < 20

a. Untuk $H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$ -- H_o ditolak jika $U < U_\alpha$

b.Untuk $H_1 = \mu_1 > \mu_2$ -- H_o ditolak jika $U_1 < U_\alpha$

c. Untuk $H_1 = \mu_1 < \mu_2$ -- H_o ditolak jika $U_2 < U_\alpha$

Untuk n1 ; n2 ≥ 20

a. Untuk $H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} < -z_{\alpha/2}$

atau $Z_{hitung} > -z_{\alpha/2}$

b.Untuk $H_1 = \mu_1 > \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} > z_\alpha$

c. Untuk $H_1 = \mu_1 < \mu_2$ -- H_o ditolak jika $Z_{hitung} < -z_\alpha$

UJI KRUSKAL-WALLIS (UJI H)

KONDISI

- Merupakan uji Mann-Whitney dengan $k > 2$ sampel atau merupakan alternatif dari uji F untuk pengujian kesamaan beberapa rata-rata dalam analisis variansi satu arah

PROSEDUR UJI

1. Penetapan Hipotesa :

   H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = ... = \mu_K$; k sampel berasal dari populasi yang identik
   H_1: *tidak semua sama*

2. Tetapkan level signifikansi : α
3. Uji Statistik :

- Ukuran sampel ke-i : n_i ; i =1, 2, 3, ..., k

  $n = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_k$

- Ukuran sampel 2 : n_2
- Gabungkan data dari k sampel (semua sampel) dan beri peringkat atau ranking dari data terkecil sampai terbesar.

  Jika ada peringkat/ranking yang sama, peringkatnya diambil rata-rata.

- Hitung jumlah peringkat sampel ke-1 sampai dengan sampel ke-k, notasikan dengan R_1, $R_{2, ...,}$ R_k

– Hitung :

$$H=\frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i}-3(n+1)\sim berdistribusi\,\chi^2_{\alpha;v=k-1}$$

4. Daerah Kritis :

Jika $H>\chi^2_{\alpha;v=k-1}$ >> H_0 ditolak

REFERENSI

- Walpole, et al. Probability & Statistics for Engineers & Scientists, 9th Edition. Prentice Hall, Pearson.
- Montgomery & Runger. Applied Statistics and Probability for Engineers, 5th Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- Astuti Murti. 2005. Modul Ajar Statistik Industri 2. PSTI – Universitas Brawijaya