

LP : METODE TWO-PHASE

Widha Kusumaningdyah, ST., MT

2012

Simplex Method:

Two-Phase Method

- Membagi penyelesaian LP dalam 2 fase:
 - Fase 1:
 - mencari basic feasible solution awal, dengan menambahkan artificial variable
 - Fase 2:
 - menyelesaikan permasalahan original dengan persamaan baru berdasarkan hasil dari Fase 1
- Tetap menggunakan artificial variable

Simplex Method:

Two-Phase Method

- **Langkah-langkah:**

- **Fase 1:**

- Buat bentuk persamaan pada permasalahan LP dengan menambah artificial variable (sama dengan langkah pada M-Method) untuk semua kontrain atau kendala yang ada.
- Bentuk fungsi tujuan menjadi: *Minimize* $r = \sum R_i$.
Berlaku **untuk fungsi tujuan maksimasi ataupun minimasi**.
- Jika hasil penjumlahan artificial variable bernilai **positif**, artinya permasalahan LP tidak memiliki **feasibel solution**.
- Optimal solution diperoleh pada saat $r = 0$.
- Hasil dari solusi optimal Fase 1 menjadi Basic Feasible *real problem* yang diselesaikan pada Fase 2.

Simplex Method:

Two-Phase Method

- **Langkah-langkah:**
 - **Fase 2:**
 - Bertujuan untuk memperoleh optimal solution *real problem*.
 - Drop artificial variable (telah bernilai nol pada Fase 1).
 - Basic Feasible dari Fase 1 diselesaikan dengan metode simplex.

Two-Phase Method: Contoh Soal

$$\text{Minimize } z = 4x_1 + x_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

FASE 1

$$\text{Minimize } r = R_1 + R_2$$

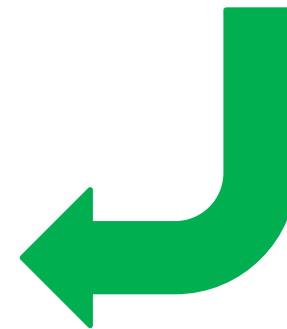
subject to

$$3x_1 + x_2 + R_1 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 + R_2 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, R_1, R_2 \geq 0$$



Two-Phase Method: Contoh Soal

	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	Solusi
r	0	0	0	-1	-1	0	0
R_1	3	1	0	1	0	0	3
R_2	4	3	-1	0	1	0	6
x_4	1	2	0	0	0	1	4

$New\ r - row = Old\ r - row + (1xR_1 - row + 1xR_2 - row)$

	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	Solusi
r	7	4	-1	0	0	0	9
R_1	3	1	0	1	0	0	3
R_2	4	3	-1	0	1	0	6
x_4	1	2	0	0	0	1	4

Hasil Optimal:

$$x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = \frac{6}{5}, x_4 = 1$$

Two-Phase Method: Contoh Soal

	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	x_4	Solusi
r	0	0	0	-1	-1	0	0
x_1	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5
x_2	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
x_4	0	0	1	1	-1	1	1

FASE 2 Minimize $z = 4x_1 + x_2$

subject to

$$x_1 + \frac{1}{5}x_3 = \frac{3}{5}$$

$$x_2 - \frac{3}{5}x_3 = \frac{6}{5}$$

$$x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	Solusi
r	0	0	0	0	0
x_1	1	0	1/5	0	3/5
x_2	0	1	-3/5	0	6/5
x_4	0	0	1	1	1

Two-Phase Method: Contoh Soal

	x_1	x_2	x_3	x_4	Solusi
z	-4	-1	0	0	0
x_1	1	0	1/5	0	3/5
x_2	0	1	-3/5	0	6/5
x_4	0	0	1	1	1

New z-row = Old z-row + (4 × x_1 -row + 1 × x_2 -row)

	x_1	x_2	x_3	x_4	Solusi
z	0	0	1/5	0	18/5
x_1	1	0	1/5	0	3/5
x_2	0	1	-3/5	0	6/5
x_4	0	0	1	1	1

Two-Phase Method: Contoh Soal

	x_1	x_2	x_3	x_4	Solusi
z	0	0	$1/5$	0	$18/5$
x_1	1	0	$1/5$	0	$3/5$
x_2	0	1	$-3/5$	0	$6/5$
x_4	0	0	1	1	1

	x_1	x_2	x_3	x_4	Solusi
z	0	0	0	$-1/5$	$17/5$
x_1	1	$-1/5$	0	$-1/5$	$2/5$
x_2	0	$-8/5$	0	$3/5$	$9/5$
x_4	0	0	1	1	1

Hasil Optimal:

$$x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = \frac{9}{5}, z = \frac{17}{5}$$

Two-Phase Method: Catatan!!!



- Menghilangkan artificial variable pada Fase 2 hanya bisa dilakukan jika artificial variable menjadi non basic variable.
- Jika tidak (*salah satu atau lebih dari artificial variable masih menjadi basic variable dengan nilai 0*), lakukan langkah berikut:
 - **Langkah 1:** Pilih *nol artificial variable* tersebut sebagai *leaving variable*, dan menunjuk baris tersebut sebagai baris pivot. Pilih *nonbasic (nonartificial) variable* dengan *nonzero* (+ / -) koefisien sebagai *entering variable*. Lakukan iterasi simplex.
 - **Langkah 2:** Hilangkan kolom *artificial variable yang baru* dari tabel. Jika semua *nol artificial variable* dihilangkan, lanjutkan ke Fase 2. Jika belum, kembali ke **Langkah 1**.

Latihan Soal

1. Minimize $z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Maximize $z = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3$

s.t.

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

REFERENSI

- Frederick Hillier and Gerald J. Lieberman.
Introduction to Operations Research. 7th ed. The McGraw-Hill Companies, Inc, 2001.
- Hamdy A. Taha. *Operations Research: An Introduction*. 8th Edition. Prentice-Hall, Inc, 2007.